

3024 - II

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2024

(FACULTY OF SCIENCE)

(Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part II)

(Three Year Scheme of 10+2+3 Pattern)

MATHEMATICS

SECOND PAPER

(Differential Equations)

Time Allowed : **Three** HoursMaximum Marks : **40** for Science and **53** for Arts

Note : 1. No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answer precisely in the main answer-book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों का उत्तर लिखें।

2. All the parts of one question should be answered at one place in the answer book. One complete question should not be answered at different places in the answer book.

किसी भी एक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गये विभिन्न प्रश्नों के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल कीजिये।

3. This paper is divided into three sections A, B and C.

Section A consists of **TEN** short answer type questions. Each question is of 1 mark for Science and 1.5 mark for Arts. All questions are compulsory.

Section B consists of **TEN** questions taking **TWO** questions from each Unit. Each question will carry 3 marks for Science and 4 marks for Arts. Student has to attempt **FIVE** questions, selecting one question from each unit.

Section C consists of **FIVE** questions. Each question will carry 5 marks for Science and 6 marks for Arts. Student has to attempt any **THREE** questions.

यह प्रश्न-पत्र तीन खण्डों अ, ब व स में विभाजित है।

खण्ड अ में दस लघूत्तरात्मक प्रश्न होंगे। प्रत्येक प्रश्न विज्ञान वर्ग के लिये 1 अंक तथा कला वर्ग के लिये 1.5 अंक का है। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

खण्ड ब में कुल दस प्रश्न होंगे, प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न होंगे। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल करते हुए, कुल पाँच प्रश्न करने हैं। प्रत्येक प्रश्न विज्ञान वर्ग के लिये 3 अंक तथा कला वर्ग के लिये 4 अंक का है।

खण्ड स में कुल पाँच प्रश्न होंगे। प्रत्येक प्रश्न विज्ञान वर्ग के लिये 5 अंक तथा कला वर्ग के लिये 6 अंक का है। कोई तीन प्रश्न हल कीजिये।

Section-A

खण्ड-अ

1. (i) Define Homogeneous differential equation.

समघात अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिये।

(ii) Define Singular Solution.

विचित्र हल को परिभाषित कीजिये।

(iii) Solve :

$$(x+y)(dx - dy) = dx + dy$$

हल कीजिये :

$$(x+y)(dx - dy) = dx + dy$$

(iv) Solve :

$$(D^2 - 2D + 1)y = 0$$

हल कीजिये :

$$(D^2 - 2D + 1)y = 0$$

(v) Define homogeneous linear differential equation.

समघाती अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिये।

(vi) Write the Lipschitz's condition.

लिपशीज् प्रतिबन्ध को लिखिये।

(vii) Find the one part of a complementary function for the following differential equation :

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x - 1) \frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण के पूरक फलन (C.F.) का एक भाग ज्ञात कीजिये :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0$$

- (viii) What is the meaning of change of independent variable of second order differential equation with variable co-efficients?

चर गुणांकों वाली द्वितीय क्रम अवकल समीकरण में स्वतन्त्र चर परिवर्तन का क्या अर्थ है?

- (ix) Define non-linear partial differential equation of order one.

प्रथम क्रम की अरेखीय आंशिक अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिये।

- (x) Define particular integral for partial differential equations.

आंशिक अवकल समीकरण हेतु विशिष्ट समाकल को परिभाषित कीजिये।

Section-B

खण्ड-ब

Unit-I / इकाई -I

2. Solve:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$$

हल कीजिये :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$$

3. Solve:

$$\sec^2 y \frac{dy}{dx} + 2x \tan y = x^3$$

हल कीजिये :

$$\sec^2 y \frac{dy}{dx} + 2x \tan y = x^3$$

Unit-II / इकाई -II

4. Solve:

$$(x-a)p^2 + (x-y)p - y = 0$$

हल कीजिये :

$$(x - a) p^2 + (x - y) p - y = 0$$

5. Solve:

$$(D^2 - 3D + 2)y = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

हल कीजिये :

$$(D^2 - 3D + 2)y = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

Unit-III / इकाई -III

6. Solve:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$$

हल कीजिये :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$$

7. Solve:

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = e^t; \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = e^{2t}$$

हल कीजिये :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = e^t; \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = e^{2t}$$

Unit-IV / इकाई -IV

8. Solve the following differential equation by using the method of Normal form :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{x^2} \sin 2x$$

निम्न समीकरण को सामान्य रूप विधि का उपयोग कर हल कीजिये :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{x^2} \sin 2x$$

9. Solve by using operational factor method :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} + (1-x) \frac{dy}{dx} - 2(1+x)y = e^{-x}(1-6x)$$

सक्रियात्मक गुणनखण्डों की विधि द्वारा हल कीजिये :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} + (1-x) \frac{dy}{dx} - 2(1+x)y = e^{-x}(1-6x)$$

~~Unit-V/ इकाई -V~~

10. Solve :

$$(y^3x - 2x^4)p + (2y^4 - x^3y)q = 9z(x^3 - y^3)$$

हल कीजिये :

$$(y^3x - 2x^4)p + (2y^4 - x^3y)q = 9z(x^3 - y^3)$$

11. Solve by using Charpit's method :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

चारपी की विधि का उपयोग कर हल कीजिये :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

Section-C

खण्ड-स

12. Solve :

$$x dx + y dy = a^2 \left(\frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} \right)$$

हल कीजिये :

$$x dx + y dy = a^2 \left(\frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} \right)$$

13. Solve :

$$(D^4 + D^2 + 1)y = ax^2 + be^{-x} \sin 2x$$

हल कीजिये :

$$(D^4 + D^2 + 1)y = ax^2 + be^{-x} \sin 2x$$

14. Solve .

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} - 3x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 6x \frac{dy}{dx} = (\log_e x)^2$$

हल कीजिये :

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} - 3x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 6x \frac{dy}{dx} = (\log_e x)^2$$

15. Solve the following differential equation by using change of the independent variable :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - y \sin^2 x = \cos x - \cos^3 x$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण को स्वतंत्र चर के परिवर्तन की विधि का उपयोग कर हल कीजिये :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - y \sin^2 x = \cos x - \cos^3 x$$

16. Solve:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} - z = \cos(x + 2y) + e^y$$

हल कीजिये :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} - z = \cos(x + 2y) + e^y$$

--x--